ФГБОУ ВПО «СПбНИУ ИТМО»

*Факультет программной инженерии и компьютерной техники*

*Дисциплина “Дискретная математика”*

**Домашняя работа №2**

**168 вариант**

Выполнил:

Мантуш Даниил Валерьевич,

группа Р3119

Санкт-Петербург

2025

Исходный граф:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **V/V** | **e1** | **e2** | **e3** | **e4** | **e5** | **e6** | **e7** | **e8** | **e9** | **e10** | **e11** | **e12** |
| **e1** | *0* | 2 | 1 |  | 4 |  | 1 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 |
| **e2** | 2 | *0* | 2 | 5 |  | 3 | 1 |  | 2 | 4 |  |  |
| **e3** | 1 | 2 | *0* | 1 | 4 | 5 |  |  |  | 3 | 1 |  |
| **e4** |  | 5 | 1 | *0* |  | 1 | 1 |  | 1 |  | 1 |  |
| **e5** | 4 |  | 4 |  | *0* |  | 2 |  | 2 |  | 2 | 5 |
| **e6** |  | 3 | 5 | 1 |  | *0* |  | 4 | 2 |  |  |  |
| **e7** | 1 | 1 |  | 1 | 2 |  | *0* |  | 4 |  |  |  |
| **e8** | 4 |  |  |  |  | 4 |  | *0* | 4 |  | 3 |  |
| **e9** | 3 | 2 |  | 1 | 2 | 2 | 4 | 4 | *0* | 4 | 4 | 1 |
| **e10** | 4 | 4 | 3 |  |  |  |  |  | 4 | *0* |  | 1 |
| **e11** | 3 |  | 1 | 1 | 2 |  |  | 3 | 4 |  | *0* |  |
| **e12** | 4 |  |  |  | 5 |  |  |  | 1 | 1 |  | *0* |

Найти кратчайшие пути от начальной вершины e1 ко всем остальным вершинам

Воспользуемся алгоритмом Дейкстры

1. l(e1) = 0+; l(ei) = ∞, для всех i ≠1, p = e1

Результаты итерации запишем в таблицу

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1 |
| e1 | 0+ |
| e2 | ∞ |
| e3 | ∞ |
| e4 | ∞ |
| e5 | ∞ |
| e6 | ∞ |
| e7 | ∞ |
| e8 | ∞ |
| e9 | ∞ |
| e10 | ∞ |
| e11 | ∞ |
| e12 | ∞ |

2. Гe1 = {e2, e3, e5, e7, e8, e9, e10, e11, e12} - все пометки временные, уточним их:

l(e2) = min[∞, 0++2] = 2;

l(e3) = min[∞, 0++1] = 1;

l(e5) = min[∞, 0++4] = 4;

l(e7) = min[∞, 0++1] = 1;

l(e8) = min[∞, 0++4] = 4;  
l(e9) = min[∞, 0++3] = 3;

l(e10) = min[∞, 0++4] = 4;

l(e11) = min[∞, 0++3] = 3;

l(e12) = min[∞, 0++4] = 4.

3. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e3) = 1;

4. Вершина e3 получает постоянную пометку l(e3) = 1+, p = e3

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| e1 | 0+ |  |
| e2 | ∞ | 2 |
| e3 | ∞ | 1+ |
| e4 | ∞ | ∞ |
| e5 | ∞ | 4 |
| e6 | ∞ | ∞ |
| e7 | ∞ | 1 |
| e8 | ∞ | 4 |
| e9 | ∞ | 3 |
| e10 | ∞ | 4 |
| e11 | ∞ | 3 |
| e12 | ∞ | 4 |

5. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe12 = {e1, e2, e4, e5, e6, e10, e11}

Временные пометки имеют вершины e2, e4, e5, e6, e10, e11 – уточняем их:

l(e2) = min[2, 1++2] = 2;

l(e4) = min[∞,1++1] = 2;

l(e5) = min[4,1++4] = 4;

l(e6) = min[∞, 1++5] = 6;

l(e10) = min[4,1++3] = 4;

l(e11) = min[3,1++1] = 2.

6. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e7) = 1;

7. Вершина e7 получает постоянную пометку l(e7) = 1+, p = e7

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| e1 | 0+ |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2 |
| e3 | ∞ | 1+ |  |
| e4 | ∞ | ∞ | 2 |
| e5 | ∞ | 4 | 4 |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 |
| e7 | ∞ | 1 | 1+ |
| e8 | ∞ | 4 | 4 |
| e9 | ∞ | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 3 | 2 |
| e12 | ∞ | 4 | 4 |

8. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe2 = {e1, e2, e4, e5, e9}

Временные пометки имеют вершины e2, e4, e5, e9 - уточняем их:

l(e2) = min[2, 1++1] = 2;

l(e4) = min[2,1++1] = 2;

l(e5) = min[4,1++2] = 3;

l(e9) = min[3, 1++4] = 3.

9. I(ei+) = min[I(ei)] = l(e2) = 2;

10. Вершина e2 получает постоянную пометку l(e2) = 2+, p = e2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| e1 | 0+ |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | 2 | 2 |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 3 |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 6 |
| e7 | ∞ | 1 | 1+ |  |
| e8 | ∞ | 4 | 4 | 4 |
| e9 | ∞ | 3 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 3 | 2 | 2 |
| e12 | ∞ | 4 | 4 | 4 |

11. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe4 = {e1, e3, e4, e6, e7, e9, e10}

Временные пометки имеют вершины e4, e6, e9, e10 - уточняем их:

l(e4) = min[2, 2++5] = 2;

l(e6) = min[6, 2++3] = 5;

l(e9) = min[3, 2++2] = 3;

l(e10) = min[4, 2++4] = 4.

12. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e4) = 2;

13. Вершина e4 получает постоянную отметку I(e4) = 2+, p = e4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | 2 | 2 | 2+ |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 3 | 3 |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 5 |
| e7 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |
| e8 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e9 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 3 | 2 | 2 | 2 |
| e12 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 |

14. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe8 = {e2, e3, e6, e7, e9, e11}

Временные пометки имеют вершины e6, e9, e11 – уточняем их:

l(e6) = min[5, 2++1] = 3;

l(e9) = min[3, 2++1] = 3;

l(e11) = min[2, 2++1] = 2.

15. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e11) = 2

16. Вершина e11 получает постоянную отметку I(e11) = 2+, p = e11

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 5 | 3 |
| e7 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |
| e8 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e9 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 3 | 2 | 2 | 2 | 2+ |
| e12 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

17. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe10 = {e1, e3, e4, e5, e8, e9}

Временные пометки имеют вершины e5, e8, e9 - уточняем их:

l(e5) = min[3, 2++2] = 3;

l(e8) = min[4, 2++3] = 4;

l(e9) = min[3, 2++4] = 3.

18. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e5) = 3

19. Вершина e5 получает постоянную отметку I(e5) = 3+, p = e5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3+ |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 5 | 3 | 3 |
| e7 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e9 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 3 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |
| e12 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

20. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe11 = {e1, e3,e7,e9, е11, е12}

Временные пометки имеют вершины e9, e12 – уточняем их:

l(e9) = min[3, 3++2] = 3;

l(e12) = min[4, 3++5] = 4.

21. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e6) = 3

22. Вершина e6 получает постоянную отметку I(e6) = 3+, p = e6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 5 | 3 | 3 | 3+ |
| e7 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e9 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 3 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |
| e12 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

23. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe3 = {e2, e3,e4,e8,e9}

Временные пометки имеют вершины e8,e9 – уточняем их:

l(e8) = min[4, 3++4] = 4;

l(e9) = min[4, 3++2] = 3.

24. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e9) = 3

25. Вершина e9 получает постоянную отметку I(e9) = 3+, p = e9

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 5 | 3 | 3 | 3+ |  |
| e7 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e9 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |
| e10 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 3 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e12 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

26. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe2 = {e1, e2,e4,e5,e6, e7,e8,e10,e11,e12}

Временные пометки имеет вершина e8,e10,e12 - уточняем её:

l(e8) = min[4, 3++4] = 4;

l(e10) = min[4, 3++4] = 4;

l(e12) = min[4, 3++1] = 4.

27. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e8) = 4

28. Вершина e8 получает постоянную отметку I(e8) = 4+, p = e8

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 5 | 3 | 3 | 3+ |  |  |
| e7 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |
| e9 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |
| e10 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 3 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

29. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe9 = {e1,e5,e9,e11,}

Все смежные вершины имеют постоянные отметки, уточнение не требуется.

30. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e10) = 4

31. Вершина e10 получает постоянную отметку I(e10) = 4+, p = e10

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 5 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |
| e7 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |
| e9 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |
| e10 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |
| e11 | ∞ | 3 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

32. Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe7 = {e1, e2,e3,e9,e12}

Временные пометки имеет вершина e12 - уточняем её:

l(e12) = min[4, 4++1] = 4;

33. l(ei+) = min[l(ei)] = l(e12) = 4

34. Вершина e12 получает постоянную отметку I(e12) = 4+, p = e12

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |
| e6 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 5 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |
| e9 | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |
| e10 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |
| e11 | ∞ | 3 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e12 | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |

Все метки постоянные, конец.  
Минимальные пути к вершинам равны их постоянным меткам.